

NOTACIÓN ALFANUMÉRICA GRIEGA Y NOTACIONES DERIVADAS: USO CIENTÍFICO-TÉCNICO*

ABSTRACT:

This paper focuses on Greek alphanumerical notation and its derivatives, as Latin, Coptic or Armenian alphanumerical notations, Arabic *abjad*, *Rūmī* ciphers, etc. The main topic is the scientific and technical use of these notations, which covers from mathematic and arithmetic teaching, agrimensure treatises, astronomical instruments etc. to administrative, accounting and notarial documents, during a long period elapsing from Antiquity to Renaissance. The article deals also with the origin of alphanumerical notation.

I. INTRODUCCIÓN:

La notación alfanumérica es un sistema de numeración de base 10, que aprovechando el orden inamovible de las letras del alfabeto, las utiliza como signos, asignándoles un valor numérico único independiente de su posición en la secuencia. Dichas letras (signos) se combinan según un principio aditivo de yuxtaposición¹.

Es, por tanto, un tipo de notación numérica, que no dispone de un signo determinado para el cero, que en este sistema indicaría, de hecho, sólo ausencia de valor², y cuyos símbolos tienen valor absoluto y no de posición, al contrario de lo que sucede con las cifras de la notación hindú-arábica³ que usamos hoy en día, donde un mismo carácter numérico cambia de valor según su posición relativa en la secuencia.

Consiste, en resumen, en el empleo del alfabeto de ciertas lenguas, para representar numerales y se usó, sobre todo en la Edad Media,

* Este trabajo ha sido realizado en el marco de los proyectos HUM2004-000735 (MCyT) y 2005SGR00105 (AGAUR).

¹ Las antiguas numeraciones egipcia, sumeria, hitita, cretense, griega (herodiana) y romana habían seguido ya un principio aditivo.

² Para indicar el valor 0, al principio se usaba un espacio en blanco, pero como ello llevaba a error, dicho espacio acabó siendo substituido por un símbolo aleatorio. Por ejemplo, en la Fig. 4 se puede ver el uso de dos puntos (..) para indicar el valor cero.

³ La notación hindú-arábica, con valor de posición, permite escribir cualquier número utilizando la convención que una secuencia de dígitos debe ser interpretada de modo que el dígito situado más a la derecha simboliza el número de unidades, el siguiente el número de decenas, luego el número de centenas y así sucesivamente. En cambio, en la notación alfanumérica griega, por ejemplo, si $\alpha = 1$ y $\iota = 10$, 11 se escribiría $\alpha\iota$. El orden de las letras es, pues, irrelevante, por lo que se refiere a su valor numérico, aunque, salvo excepciones, se sigue el orden de la escritura correspondiente. Cf. TOD [1950: 129].

para la notación de cifras especialmente en textos científicos y en instrumentos astronómicos.

II. ORIGEN DE LAS NOTACIONES ALFANUMÉRICAS:

El alfabeto griego, el primero en que tenemos documentado el uso de la notación alfanumérica, procede del fenicio⁴, la primera escritura alfabética no cuneiforme⁵ conocida, aunque no disponemos de documentos que permitan relacionar directamente con la invención del sistema de notación alfanumérica ni a la cultura fenicia, ni a otras culturas semíticas como el arameo, el hebreo o el siríaco, .

Por otro lado, dicho sistema de notación está documentado en Mileto por primera vez, en una fecha que los estudiosos sitúan entre el s. VIII y VI a.C., y habría pasado a Atenas en algún momento del s. V a.C. Así pues, según la documentación que poseemos y el acuerdo casi unánime de los especialistas⁶, habrían sido los griegos, de hecho los milesios de Jonia, en Asia Menor, los primeros en usar su alfabeto adaptado del fenicio como sistema de notación alfanumérica, como harían luego la mayoría de civilizaciones que adoptaron el alfabeto fenicio, directa o indirectamente,

Además de la lengua griega, utilizaron la notación alfanumérica las lenguas que adoptaron el alfabeto griego, con las modificaciones necesarias para adaptarlo a su propia fonética, como son el latín, aunque

⁴ La lengua fenicia pertenece al grupo de las lenguas semíticas noroccidentales, como el siríaco o el hebreo y está documentada entre los s. XII y VIII a.C. Del VIII al III a.C. recibe el nombre de púnico y del III a.C. al II d.C., neopúnico.

⁵ Dicha escritura perfeccionó la de Ugarit (c.1300 a.C.), cuyos 30 signos expresaban ya fonemas, substituyendo los incómodos signos cuneiformes por otros inspirados, al menos en parte, según algunos autores, en la escritura cretense. Cf. Guarducci [1995: 60-61].

⁶ Sin embargo, Kunitzsch [1991/92: 2] se plantea la posibilidad de que se trate de una invención semítica (aunque no disponemos de documentos que lo certifiquen) extremo que podría deducirse también de ciertos pasajes del Antiguo Testamento como propone IFRAH [1994: 589-590], aunque finalmente se decante por la hipótesis de una invención griega. Por otro lado, el hecho de que el sistema de notación alfanumérica griega provenga del Asia Menor apoyaría tanto la posibilidad de un origen semítico como la de una creación griega. Recordemos que famosos astrónomos y matemáticos griegos, como Tales (624-549 a.C.) o Anaximandro (610-547 a.C.), fueron originarios de Mileto y viajaron a Egipto y Babilonia, cuna de la ciencia y la astronomía. Otro indicio serían las estancias de Pitágoras de Samos (570-500) también en Egipto (22 años) y Babilonia (12 años) y el hecho que las ideas pitagóricas primitivas, tanto matemáticas y astronómicas como religiosas, delaten el influjo de las culturas semíticas.

tardíamente y con escaso rendimiento⁷, el copto, el georgiano o el gótico, así como las lenguas con alfabetos creados *ex novo*, como el armenio, pero con una fuerte influencia griega⁸ y buena parte de las lenguas semíticas, como el sirio y el hebreo o el árabe, que se basó también, fundamentalmente, en el sistema alfanumérico griego para crear el *abýad*⁹.

El alfabeto fenicio, como, prácticamente, el de todas las lenguas semíticas, es consonántico¹⁰ y consta de 22 signos, cuyo orden y nombres originales¹¹ se han mantenido en la mayoría de alfabetos derivados directa o indirectamente de él. Dichos signos conforman una escritura de dirección sinistrorsa, como casi todas las escrituras arcaicas, que sólo las lenguas semíticas, en general, han conservado.

III. LOS ALFABETOS Y LAS CORRESPONDIENTES NOTACIONES ALFANUMÉRICAS:

III. 1. a. *Alfabeto Griego*

Entre los s. IX y VIII a.C.¹² en algún lugar de las principales rutas comerciales fenicias, ya fuera en Grecia o en Asia Menor¹³, los griegos adoptaron el alfabeto fenicio, y desarrollaron las modificaciones necesarias¹⁴ para adaptarlo a los fonemas de su propia lengua.

Para reflejar las vocales utilizaron signos consonánticos fenicios que no tenían correspondencia en griego. Así pues, las guturales de sonido débil, *alef*, *he* y *ain*, pasaron a reflejar las vocales griegas *alfa*, *epsilon* y *ómicron* y las semivocales *iod* y *waw*, la *iota* y la *digamma*,

⁷ Cf. Lemay [2000].

⁸ El armenio presenta también influencias siríacas.

⁹ Acrónimo que da nombre al sistema alfanumérico árabe formado por las 4 primeras letras del alfabeto árabe: *alif*, *bā*, *yīm*, *dāl*, correspondientes a las griegas: *alfa*, *beta*, *gamma*, *delta*.

¹⁰ Es decir, el significado de las palabras se apoya esencialmente en las consonantes, lo cual implica que no exista la necesidad de expresar las vocales.

¹¹ De hecho, los nombres exactos de las letras fenicias se desconocen, aunque se han deducido a partir de los nombres de las letras hebreas.

¹² El problema de la cronología sigue aún abierto. Cf. Guarducci [1995: 70-73].

¹³ Tampoco el lugar de origen está libre de dudas. Cf. Guarducci [1995: 67-70].

¹⁴ Para ello modificaron el valor fonético de algunos signos (que se usaron para expresar las vocales), eliminaron otros (el fenicio poseía 4 sibilantes frente a las 2 del griego) y añadieron, con valores distintos en la zona oriental y occidental, 3 signos complementarios (para reflejar las aspiradas y consonantes dobles). Cf. Guarducci [1995: 74-83].

que más tarde se representaría mediante la *ypsilon*. En el alfabeto jonio, que fue el que se impondría definitivamente, la *o* larga se representó como ω y para representar la *eta* se usó la espirante faringal fenicia *het*¹⁵.

Como sea que la lengua griega precisaba además de dos signos aspirados (*ph* y *kh*) más dos consonantes dobles (*ps* y *ks*) que no existían en el alfabeto fenicio, los griegos crearon nuevos signos, quizás a partir de variantes del propio alfabeto fenicio, y colocaron estas innovaciones al final del alfabeto, de modo similar a como el árabe situó también sus innovaciones (Fig. 1).

Como es bien sabido, en un inicio se desarrollaron varios alfabetos locales¹⁶, sin embargo a finales del s. V a.C. la variante del alfabeto griego del tipo oriental, jónica (o milesia) se impuso en Atenas como obligatoria para todo documento oficial.

A partir de la unificación de Grecia bajo Filipo de Macedonia, a mediados del s. IV a.C., se impuso como lengua literaria una lengua común o κοινή, en la que dominaba el dialecto ático, ligeramente alterado por el contacto con los otros dialectos.

Dicha κοινή se extendió por Oriente con las conquistas de Alejandro Magno, a finales del s. IV a.C., y constituyó durante siglos, junto a latín, la *lingua franca* del Imperio Romano.

III.1.b. Notación alfanumérica griega:

En la antigua Grecia se emplearon tres sistemas de notación numérica:

– El más antiguo, llamado generalmente herodiano o acrofónico, usado en Grecia para representar números cardinales y análogo al que luego sería el sistema romano: I = 1; II = 5; Δ = 10; H = 100; X = 1.000 y M = 10.000;

– el sistema alfabético simple¹⁷, empleado habitualmente en Grecia para representar números ordinales, así como en inventarios, fórmulas,

¹⁵ Cf. para la pronunciación de las consonantes fenicias, Fuentes i Estañol [1998: 20-21] y para la historia del alfabeto griego Guarducci [1995: 60-102].

¹⁶ Cf. Jeffery [1961: 5-12].

¹⁷ Mediante este sistema fueron numerados, por ejemplo, los 24 cantos de la *Iliada* y de la *Odissea*. Cf. Tod [1954] que les da el nombre de "letter-labels" y Kunitzsch [1991/92].

diagramas geométricos, etc., que no es un sistema decimal, ni de posición, ya que reposa sobre la sucesión invariable de las 24 letras del alfabeto griego y sólo representa 24 números, desde $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 3$, ..., $\kappa = 11$, $\lambda = 12$, ... hasta $\omega = 24$, lo cual hace inviables las operaciones aritméticas. También el árabe y el latín emplearon este tipo de numeración para los mismos propósitos, uso que se ha conservado hasta el momento.

– y, finalmente, el sistema de notación alfanumérica, llamado también jónico o milesio. Se trata de un sistema decimal, que permite cálculos simples e incluso la notación de fracciones, para el cual los milesios utilizaron las 24 letras de su alfabeto, más los signos arcaicos *digamma* y *koppa* y la letra *sampi* de origen incierto¹⁸.

Así, las unidades están representadas por: $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 3$, $\delta = 4$, $\epsilon = 5$, φ / ζ (antigua *digamma*, la *vau* semítica / *stigma*) = 6, $\zeta = 7$, $\eta = 8$, $\theta = 9$; las decenas por: $\iota = 10$, $\kappa = 20$, $\lambda = 30$, $\mu = 40$, $\nu = 50$, $\xi = 60$, $\omicron = 70$, $\pi = 80$, ρ / χ (antigua *koppa*, la *qof* semítica) = 90; las centenas por: $\sigma = 100$, $\tau = 200$, $\upsilon = 300$, $\varphi = 400$, $\chi = 500$, $\psi = 700$, $\omega = 800$, \uparrow / \uparrow (*sampi*) = 900 y el millar se marcaba generalmente mediante un trazo bajo escrito antes de la letra.

Para distinguir entre las letras con valor de alfabeto y las letras con valor de cifras, se solían marcar estas últimas bien con un ápice o un trazo superior o bien usando diversos procedimientos, como espacios en blanco o puntos y otros signos¹⁹. Encontramos este sistema en inscripciones y manuscritos griegos desde el s. III a.C. Sin embargo, en los instrumentos, donde no se esperan letras, sino cifras, dicha marca no resulta necesaria y por ello no acostumbra a aparecer.

Parece claro que fue en la notación alfanumérica griega en la que se basaron los árabes, aunque también las notaciones alfanuméricas siríaca y hebrea podrían haber influido en la creación del *abýad* árabe.

III.2.a. Alfabetos etrusco y latino:

Desde el s. VII a.C. tenemos documentado el uso del alfabeto griego de Eubea entre los etruscos y aproximadamente en el s. VI a.C. los

¹⁸ Cf. para la discusión sobre el origen de la letra *sampi* Guarducci [1995: 102, 422-423].

¹⁹ Tod [1950: 136-137]

romanos lo recibieron de los etruscos y lo adaptaron a su propia lengua.

III.2.b. *Notación alfanumérica latina:*

Aunque no tenemos documentada la notación alfanumérica ni en la lengua etrusca ni en el latín clásico, sí sabemos que se utilizó esporádicamente, a partir del s. XI, en manuscritos de tipo científico medievales o renacentistas traducidos generalmente de textos árabes, donde se usaba este tipo de numeración, o en instrumentos científicos como los astrolabios, tomados también de modelos árabes, aunque al parecer existió con respecto a estos instrumentos una tradición greco-latina, de la que no se nos habría conservado ningún ejemplar²⁰.

Así, pues, la notación alfanumérica latina parece, más que un sistema propio, un intento de traducción o transcripción de otras notaciones alfanuméricas, como la griega o la árabe, dependiendo de cada autor o instrumento. Los traductores de los manuscritos científicos árabes al latín resuelven, en general, los problemas que le plantea la falta de la letra :ā' árabe / θ griega en el alfabeto latino, adelantando una letra el valor de 9 que pasa a *i* y a partir de ahí se pierde la correspondencia tanto con el *abʿad* árabe como del sistema alfanumérico griego. Tampoco los escasos instrumentos que conocemos se hurtan a esta dificultad, como podemos ver en el astrolabio carolingio (Fig. 3), aunque con una solución distinta a la de los manuscritos (Fig. 1), que confirma un origen basado en la copia de un modelo árabe occidental²¹.

III.3.a. *Alfabeto copto:*

En Egipto, a partir del s. VII a.C. el alfabeto demótico fue substituyendo paulatinamente al hierático, que, a su vez, constituía una simplificación del jeroglífico, aunque durante mucho tiempo los alfabetos

²⁰ La teoría sobre el astrolabio se remonta a Hiparco de Rodas (c.150 a.C.) y a Ptolomeo (c.125 d.C.) y el invento de un primer instrumento parecido al astrolabio podría deberse a Teón de Alejandría (s. IV d.C.), mientras que los tratados griegos y siríacos sobre su uso datan del s. VII d.C. Cf. Michel [1947: 6-8].

²¹ El indicador más importante sería el uso, para marcar 90, de la *d* uncial que recoge la *iād* del *abʿad* occidental, que en el *abʿad* oriental estaría representada por una *sād*. Cf. Fig. 1.

demótico y hierático fueron usados indistintamente por los sacerdotes y administradores de estado.

Desde el s. IV d.C., aproximadamente, el alfabeto demótico dejó de utilizarse ampliamente, aunque, sin duda, a partir de mediados del s. IV a.C., a raíz de de la invasión de Egipto por Alejandro Magno y especialmente durante los aproximadamente tres siglos de dominio de los Ptolomeos, el estudio de la lengua griega resultó necesario para las clases altas, tanto social como económicamente²².

De hecho, el griego fue la lengua de la administración bizantina en Egipto y en Siria, desde finales del s. V d.C. hasta casi un siglo después de la conquista de los árabes. El alfabeto griego, por otra parte, era superior al demótico, puesto que disponía únicamente de 24 caracteres, cada uno de los cuales representaba un sonido determinado, frente a los aproximadamente 400 símbolos del demótico, la mayor parte de los cuales correspondía a ideogramas frente a tan sólo un pequeño porcentaje que representaba sonidos.

A partir del s. III a.C. se empezó a usar para escribir la lengua egipcia un nuevo alfabeto, adaptado directamente del griego, que conocemos con el nombre de alfabeto copto y que los cristianos empezaron a utilizar en el s. II d.C. aproximadamente. Hacia el s. IV d.C., el copto se convirtió en la lengua de las comunidades monásticas y se fueron desarrollando una serie de dialectos en diferentes zonas de Egipto. Los más importantes fueron el sahídico (zona del alto Egipto), lenguaje literario entre el s. IV y el IX, y el bohaírico (zona del bajo Egipto), documentado también desde el s. IV, que a partir del s. IX se convirtió en la lengua oficial de la Iglesia.

III.3.b. *Notación alfanumérica copta:*

En el dialecto sahídico los numerales se escribían generalmente mediante palabras, es decir con su nombre (como hicieron los árabes en sus inicios) y sólo raramente se utilizaba el sistema de notación alfanumérica basado en el modelo griego. En cambio, en bohaírico dicho sistema tuvo un uso muy extendido.

²² En todo el mediterráneo occidental se habían creado una serie de reinos diádocos (sucesores) helenizados, no sólo en Egipto, sino también en Palestina, Anatolia, Siria, etc., cuyas administraciones utilizaban el griego que era la lengua de la Administración Imperial.

En general se respetaron las letras del alfabeto griego, aunque muestran un desarrollo independiente, debido a la influencia de los alfabetos demótico y árabe. Sólo algún signo aislado, como la *digamma* para representar el número 6, fue substituido por un signo 6 (*coou*) que no corresponde a ninguna letra.

III.4.a. *Alfabeto árabe:*

Cuando los árabes invadieron Egipto, a mediados del s. VII d.C., se vieron forzados a delegar la administración y contabilidad del estado a los coptos²³, que habían sido los encargados de ésta durante los siglos de compleja administración bizantina²⁴.

Hasta un siglo después no se ordenó a los funcionarios el uso del árabe²⁵ y aun entonces los árabes permitieron durante casi otro siglo más el uso de los numerales griegos²⁶.

III.4.b. *Notación alfanumérica árabe, abÿad.*

Durante este período (s.VII-IX aproximadamente), en los textos árabes se escribían los números o bien mediante palabras, con el nombre árabe del número con todas las letras, o bien usando la notación alfanumérica griega, que, junto con las notaciones alfanuméricas de raíz semítica, hebrea y siríaca especialmente, inspiró a los árabes la creación de su propia notación alfanumérica, el *abÿad*.

El alfabeto árabe antiguo, atestiguado desde inicios del s. VII, seguía el orden tradicional fenicio, que se mantuvo para la notación alfanumérica. Los 6 nuevos signos que la lengua árabe necesitaba para representar sus 28 consonantes, a partir de las 22 del alfabeto de ori-

²³ Entendemos por coptos los cristianos egipcios.

²⁴ Algo similar sucedió en Siria, también parte, por aquel entonces, del Imperio Bizantino, con una lengua propia el siríaco, procedente del arameo, que se convirtió en la lengua de la Iglesia y que coexistía con el griego, lengua de la elite y la administración.

²⁵ El califa 'Abd al-Mālik, a inicios del s. VIII, decretó la arabización de los documentos oficiales, permitiendo, sin embargo la conservación de los signos numéricos utilizados hasta el momento.

²⁶ Durante la época de la dominación bizantina, el alfabeto copto se empleaba para la escritura de la lengua vernácula y el griego era la lengua de la cultura y de la administración del Estado. Los funcionarios y en general las clases más cultas eran bilingües y dominaban tanto el griego como el copto.

gen²⁷, se situaron en un inicio al final del alfabeto, como habían hecho prácticamente todas las lenguas.

El sistema empleado, al parecer basado en el sistema nabateo o siríaco, fue, básicamente, la creación de 6 nuevos signos mediante puntos sub o sobre escritos a letras ya existentes, como signos diacríticos. A finales del s. VII los gramáticos árabes emprendieron la reorganización del alfabeto con fines pedagógicos, colocando las nuevas letras a continuación de las antiguas, en las que se había basado su grafía.

Por ello, a partir de este momento, el alfabeto árabe (*alifato*), no seguía ya el orden del alfabeto fenicio, aunque, al adjudicar un valor numérico a las letras de su alfabeto, para la creación de su propia notación alfanumérica o *abýad*, los árabes utilizaron el orden antiguo, seguramente de manera indirecta, al transcribir el orden de las letras del alfabeto que tomaron como ejemplo. Como fuera que la transmisión de la ciencia griega a los árabes se efectuó a través de traducciones de los tratados técnicos o científicos griegos, a menudo a través del siríaco, también dicha lengua podría haber influido en la creación del *abýad* árabe.

Por lo que se refiere a la posible influencia siríaca, hay que tener en cuenta ciertas variantes en la significación numérica de algunas letras del alfabeto, según se trate de la zona oriental o la occidental, concretamente las que representan los números 60, 90, 300, 800, 900 y 1000.

III.5. Otros alfabetos con notación alfanumérica:

No podemos aquí por razón de espacio detallar las características de todos los alfabetos, provenientes directa o indirectamente del fenicio, que aprovecharon el orden inmutable del sistema de signos del alfabeto (letras) para usarlo como notación de cifras, por lo que daremos solo un breve resumen de las más importantes.

III.5.a. Alfabetos siríaco y hebreo:

Por lo que se refiere a las notaciones alfanuméricas siríaca y hebrea, continua siendo discutido si tienen un origen semítico o grie-

²⁷ Se discute entre el nabateo o el siríaco.

go, puesto que no disponemos de documentos concluyentes al respecto²⁸.

III.5.b. *Alfabeto gótico*:

En el s. IV se crea el alfabeto gótico²⁹ para escribir el antiguo gótico. Dicho alfabeto, claramente derivado del griego aunque al parecer muestra algunos prestamos latinos, utiliza también el sistema de notación alfanumérica³⁰.

III.5.c. *Alfabeto armenio*:

A inicios del s. V d.C., fue creado el alfabeto armenio³¹, basado esencialmente en el griego, aunque con influencias siríacas. A partir de este momento, empezó en Armenia la traducción de tratados griegos, romanos, persas, árabes, egipcios e incluso chinos, así como el uso del alfabeto como notación numérica³².

IV. USO CIENTÍFICO-TÉCNICO:

El uso científico-técnico de la notación alfanumérica griega y otras notaciones alfanuméricas derivadas de ella, como son la copta, la armenia, el *abýad* árabe, etc. y, en último término y con grandes vacilaciones, la latina, abarca un largo período que se desarrolla desde la Antigüedad hasta más allá del Renacimiento y en algunos casos, como los instrumentos astronómicos, casi hasta nuestros días.

Las diversas notaciones alfanuméricas se usaron, por una parte, para la notación de cifras y los cálculos correspondientes en trabajos de arquitectura, tratados sobre ciencia y técnica, matemáticas, aritmética, tratados de agrimensura, tablas e instrumentos astronómicos, etc. y, por otra, para los documentos de la administración del estado, contables y notariales, para la anotación de fechas (tanto del calendario

²⁸ Cf. nota 5.

²⁹ Ulfilas (c.311-c.381d.C.).

³⁰ Cf. por ejemplo la traducción de la Biblia de Ulfilas, conservada en el llamado *Codex Argenteus* del s. VI d.C., en el margen izquierdo del cual se aprecia claramente la notación alfanumérica.

³¹ Mesrop Mashtots (361-440 d.C.).

³² Cf. R. Comes [2005: 243-252]

musulmán como del cristiano), cantidades, sumas de dinero y en operaciones aritméticas. Damos a continuación algunos ejemplos, como muestra:

1) *Tratados científicos*: Es especialmente frecuente en los manuscritos científicos árabes, especialmente en el campo de la astronomía, la astrología y las matemáticas³³, la notación de las cifras mediante el *abýad* o notación alfanumérica árabe³⁴.

En la traducciones de dichos tratados al latín, como, por ejemplo, en una copia del tratado de Astronomía³⁵ de Herman de Carintia³⁶ (c.1100-1160). En este manuscrito, además, especialmente en la descripción de los movimientos de los planetas, las letras latinas aisladas conviven sin distinción para reflejar abreviaturas, para señalar las figuras geométricas (notación alfabética simple)³⁷ y finalmente como notación alfanumérica, lo que crea cierta confusión³⁸. También en una copia del s. XII que contiene una serie de traducciones del árabe de Adelardo de Bath³⁹ (c.1080-c.1160), encontramos la misma notación alfanumérica⁴⁰.

Por lo que se refiere a la notación alfanumérica griega, que se usaba, por ejemplo, en los miliarios griegos para indicar distancias (ἐξ ἄστρωτος)⁴¹, sabemos que se seguía utilizando en el s. XIV por una copia manuscrita del Comentario de Teón de Alejandría sobre las Tablas Manuales de Ptolomeo (Fig. 2).

2) *Tratados sobre magia y "medicina"*: Desde la Antigüedad hasta al menos el s. XVI encontramos tratados sobre magia muy relacionados con la medicina y la astronomía, puesto que el hombre era consi-

³³ Dichas ciencias constituían en la Edad Media las disciplinas más avanzadas en el campo del *quadrivium*, gracias a la transmisión y ampliación de la ciencia griega y helenística mediante la traducción y reelaboración árabe.

³⁴ Lemay [1977]

³⁵ Ms. Cambrai, Bibliothèque Municipale 930. Cf. Lemay [2000: 378].

³⁶ Herman de Carintia tradujo obras y tablas astronómicas árabes, pero también tratados astronómicos hebreos de tradición griega, por lo que, aunque en este caso se trata de una traducción del árabe, no se puede descartar una influencia del sistema alfanumérico griego.

³⁷ Cf. nota 18.

³⁸ Cf. Lemay [2000: 381-382].

³⁹ Ms. London, British Library, Sloane 2030, f. 94r. Cf. Lemay [2000: 382].

⁴⁰ Ambos autores usan la notación alfanumérica griega junto a la hindu-arábica oriental.

⁴¹ Por ejemplo, en *JG* II² 5181-2. Cf. Tod [1950: 132].

derado como un microcosmos, reflejo del macrocosmos. Un buen ejemplo sería el *De occulta philosophia*⁴² de Cornelio Agrippa (1486-1535), donde, especialmente en los cuadrados mágicos y en general en el *Liber Secundus*, el autor usa diversas notaciones alfanuméricas⁴³, árabe, hebrea, griega y latina conviviendo con la notación hindu-arábica. En general, en este tipo de tratados se emplea en gran medida la notación alfanumérica⁴⁴.

3) *Tratados sobre regulación de mercado, pesos y medidas o agrimensura*: Una nota en lengua árabe en el margen de un pequeño tratado de agrimensura en el manuscrito misceláneo *Ovetensis* del s. IX, muestra una suma de años, meses y días en notación alfanumérica griega o griego-copta⁴⁵ (Fig. 4). El uso de notación alfanumérica para indicar días, años y meses estuvo muy extendido en Grecia, aunque en otros contextos⁴⁶.

Encontramos notación rūmi⁴⁷ (llamada también cifras de Fez) en tratados de 'isba (sobre la regulación de la actividad en los mercados y sobre pesos y medidas), como el del malagueño al-Saqa'ī (s. XIII).⁴⁸

3) *Arquitectura*: En las excavaciones del *agora* de Gortina, Creta, se encontró parte de un muro con una inscripción originaria del s. V a.C., que había sido numerado para su traslado en el s. I a.C. por bloques (de A = 1 a ΛA = 31) y columnas de escritura (de A = 1 a IB = 12).⁴⁹

⁴² Editado por K. A. Nowotny, Graz 1967.

⁴³ Cf. especialmente los siguientes capítulos del *Liber Secundus*: XVIII, XIX y XX, donde Agrippa da, como es habitual en los manuscritos que usan la notación alfanumérica latina, una tabla de correspondencias que muestra, para el problema de la falta de θ en el alfabeto latino, la misma solución que habían empleado ya los traductores del árabe (Cf. apartado III.2.b. de este trabajo).

⁴⁴ Cf. para el estudio y edición de varios manuscritos al respecto R. Comes [en prensa].

⁴⁵ Menéndez Pidal [1959: 192-193]; Labarta-Barceló [1988: 54-55] y R. Comes [2003: 166, n. 41].

⁴⁶ Tod [1950: 130-134].

⁴⁷ Es decir, bizantina. Cf. R. Comes [2003: 167, n. 48].

⁴⁸ Labarta-Barceló [1988: 9]

⁴⁹ Cf. Guarducci [1995: 424-425, n. 3]

4) *Documentos contables*: En inscripciones griegas referidas a instituciones públicas, por ejemplo, a partir de Adriano encontramos frecuentemente la frase: ἡ βουλή τῶν Φ.

Conocemos documentos contables, como algunos papiros escritos en árabe en Egipto en el s. IX, cuyas operaciones están expresadas en notación alfanumérica griega.⁵⁰

Encontramos notación alfanumérica rūmī en la península Ibérica en documentos notariales y contables, desde el s. XII en Toledo, el XIII en Toledo y Mallorca, del XIV en las zonas de Toledo, Mallorca, Valencia y Granada y hasta bien entrado el s. XVI en los reinos de Valencia y Granada⁵¹. De ahí pasa a Fez, donde se usan hasta el s. XIX.

5) *Enseñanza*: La notación alfanumérica copta se empleó en Egipto, para usos escolares. Está documentada en papiros que reflejan la enseñanza de matemáticas, desde el s. V al XII⁵².

6) *Manuscritos religiosos*: Conocemos manuscritos árabes del s. IX, que contienen textos religiosos, como por ejemplo una traducción de los Evangelios, cuyos versículos están numerados mediante la notación alfanumérica griega⁵³, lo que podría indicar, quizás, una influencia del copto bohaírico. También conocemos manuscritos egipcios, cuyos cuadernillos están numerados con notación alfanumérica de tipo griego-copto.

Por otra parte, el manuscrito visigótico del s. X, conservado en Urgell, que contiene varios textos de patrística, entre ellos los Dialogo de Gregorio el Magno, muestra, tanto en los cuadernillos como en los capítulos unas doble numeración, la Romana habitual en los manuscritos visigóticos⁵⁴ y la notación alfanumérica griega, con probable influencia copta.

⁵⁰ Cf. Ifrah, [1997: 598].

⁵¹ Labarta-Barceló [1988: 18]

⁵² Hasitzka [1990: I, 231-312]

⁵³ Biblioteca Vaticana, Códice Árabe, Borghesi 95, f. 173.

⁵⁴ Aunque, según Millares Carlo (1983: I, 281; III, 450-453), "el sistema numeral romano ... fue el único empleado en los códices y documentos de letra visigótica", lo que probablemente ha llevado a error a autores posteriores, como Mundó (1994: 140 y 1998: 514-515) que identifica la notación alfanumérica de este ms. con la numeración hindú-arábiga. Cf. R. Comes [2003].

7) *Instrumentos científicos. Astrolabios*: La astronomía y las matemáticas permitieron el conocimiento del macrocosmos por medio de procedimientos técnicos, como son la observación, mediante instrumentos complejos, como el astrolabio, y posterior tabulación de los datos obtenidos. De hecho, el astrolabio es uno de los instrumentos más importantes, en los que encontramos la notación alfanumérica. El astrolabio planisférico medieval es un instrumento astronómico que se construye mediante una representación plana de la esfera celeste y muestra la posición de los astros en relación a la tierra. El astrolabio tuvo gran utilidad para astrónomos y científicos medievales, puesto que permitía determinar todo tipo de relaciones astronómicas y topográficas sin ayuda del cálculo matemático.

La mayor parte de los astrolabios conservados son árabes y usan como numeración el *abýad*. Con inscripciones que reflejan la notación alfanumérica latina, conocemos solamente el Astrolabio Carolingio (Destombes)⁵⁵. El astrolabio bizantino más antiguo conocido, el llamado Astrolabio de Brescia del año 1062⁵⁶, muestra notación alfanumérica griega. Se conservan también astrolabios con notación alfanumérica hebrea, copta (en Egipto)⁵⁷ y armenia.

V. BIBLIOGRAFÍA:

- Agati, M. L. [2004], *Il libro manoscritto. Introduzione alla codicologia*, Roma.
- Comes, R. [2002-2003], "Arabic, Rūmī, Coptic, or merely Greek Alphanumerical Notation? The Case of a Mozarabic 10th Century Andalusī Manuscript", *Suhayl* 3, pp. 157-185.
- [2005], "Armenian Alphanumerical Notation on a 14th Century Iranian Astrolabe Found in Fez", *Suhayl* 5, pp. 243-252.
- [en prensa], "Magical Squares in Renaissance".
- Fuentes i Estañol, M. J. [1998], *Gramàtica fenícia*, Barcelona.
- Gardthausen, V. [1913], *Die Schrift, Unterschriften und Chronologie im Altertum und im byzantinischen Mittelalter*, Leipzig.

⁵⁵ Mundó [1996].

⁵⁶ Gunther [1932, núm. 2].

⁵⁷ Por ejemplo, el astrolabio construido en El Cairo el año 681 de la Hégira (A.D. 1282/83), conservado en el Museum of the History of Science, Oxford, inv. n. 49861.

- Guarducci, M. [1995], *Epigrafia Greca. Caratteri e storia della disciplina. La scrittura greca dalle origini all'età imperiale*, Roma.
- Guergour, Y. [2000], "Les différents systèmes de numérotation au Maghreb à l'Époque ottomane: l'exemple des chiffres *rūmī*", *Science, Technology and Industry in the Ottoman world* (eds. E. Ihsanoglu, A. Djebbar and F. Günergün), *Proceedings of the XXth International Congress of History of Science (Liège, 20-26 July 1997)*, vol. VI, Turnhout, Belgium, pp. 67-74.
- Gunther, R. T. [1932], *The astrolabes of the world*, 2 vol. Oxford.
- Hasitzka, M. (unter Mitarbeit von H. Harrauer) [1990], *Neue Texte und Dokumentation zum Koptisch-Unterricht*, Vol. I y II, Wien.
- Hoz, J. de [2004], "La recepción de la escritura consonántica fenicia en Grecia", *La Escritura y el Libro en la Antigüedad* (eds. J. Bartolomé-M. C. González-M. Quijada), Madrid, pp. 37-54.
- Ifrah, G. [1997], *Historia Universal de las cifras*, Madrid.
- Jeffery, L. H. [1961], *The local scripts of Archaic Greece*, Oxford.
- King, D. A. [2004], *In Synchrony with the Heavens. Studies in Astronomical Timekeeping and Instrumentation in Medieval Islamic Civilization*, Vol. I, *The Call of the Muezzin (Studies I-IX)* (Islamic Philosophy, Theology, and Science Vol. LV), Leiden-Boston.
- [2005], *In Synchrony with the Heavens. Studies in Astronomical Timekeeping and Instrumentation in Medieval Islamic Civilization*, Vol. II, *Instruments of Mass Calculation (Studies X-XVIII)* (Islamic Philosophy, Theology, and Science Vol. LV), Leiden-Boston.
- Kunitzsch, P. [1975], *Ibn a¹/₂-¹/₄alā¹*. Zur Kritik der Koordinatenüberlieferung im Sternkatalog des Almagest, Göttingen.
- [1991-1992], "Letters in geometrical diagrams, Greek – Arabic – Latin", *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften*, (ed. F. Sezgin) B. 7, pp. 1-20.
- [2005], "Zur Geschichte der 'arabischen' Ziffern", *Bayerische Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-historische Klasse*, 3, 2005, München, pp. 3-39.
- Labarta, A.-Barceló, C. [1988], *Números y cifras en los documentos arábigo-hispanos*, Córdoba.
- Lemay, R. [1977], "The Hispanic Origin of our Present Numeral Forms", *Viator. Medieval and Renaissance Studies*, pp. 435-475.
- [2000], "Nouveautés fugaces dans des textes mathématiques du XII siècle. Un essai d'*abjad* latin avorté", *Sic itur ad astra*. Studien zur Geschichte der Mathematik und Naturwissenschaften. Festschrift für den Arabisten Paul Kunitzsch zum 70. Geburtstag (ed. M. Folkers – R. Lorch), Wiesbaden, pp. 376-392.

- Menéndez Pidal, G. [1959], “Los llamados numerales árabes en Occidente”, *Boletín de la Real Academia de la Historia* 145, pp. 179-208.
- Michel, H. [1947], *Traité de l’Astrolabe*, Paris.
- Millares Carlo, A. [1983], *Tratado de paleografía española*, Vol. I, II y III, Madrid.
- Mundó, A. M. [1995], “Analyse paléographique de l’astrolabe carolingien”, XIX International Congress of History of Science (Zaragoza, agosto 1993), *Physis. Rivista Internazionale di Storia de la Scienza* XXXV, pp. 303-321.
- [1994; 1998], “La cultura artística escrita”, *Catalunya Romànica*, vol. I, Enciclopèdia Catalana, Barcelona, 1994, pp. 133-162, reimpresso en *IDEM*, *Obres Completes I. Catalunya 1. De la romanitat a la sobirania*, Abadia de Montserrat, 1998, pp. 484-582.
- Sánchez Pérez, J. A. [1935], “Sobre las cifras rúmīes”, *Al-Andalus*, Vol. III, Madrid-Granada, pp. 97-125.
- Tod, M. N. [1950], “The alphabetic numeral system in Attica”, *Annual of the British School at Athens*, 45, London, pp. 126-139.
- [1954], “Letter-Labels in Greek Inscriptions”, *Annual of the British School at Athens*, 49, London, pp.1-8

ROSA COMES
Universidad de Barcelona

Fenicio*	Grego	N.	Hebreo	N.	Árabe Occ./Or.	Latín ms./instr.
א 'alef	A/α	1	א 'alef	1	ا 'ā	a/A
ב 'bet	B/β	2	ב 'bet	2	ب 'b	b/B
ג 'guimel	Γ/γ	3	ג 'guimel	3	ג 'g	c/C/L
ד 'dalet	Δ/δ	4	ד 'dalet	4	ד 'd	d/D
ה 'hé	E/ε	5	ה 'hé	5	ה 'h	e/E
ו 'waw	F-ζ	6	ו 'waw	6	ו 'w	f/V
ז 'zayin	Z/ζ	7	ז 'zayin	7	ז 'z	g/Y
ח 'ét	θ-H/η	8	ח 'ét	8	ח 'ç	h/H
ט 'ét	θ-Θ/θ	9	ט 'ét	9	ט 'k	l/L
י 'yod	ι-I/ι	10	י 'yod	10	י 'j	k/I
כ 'kaf	κ-K/κ	20	כ 'kaf	20	כ 'd	kaf
ל 'lamed	λ-A/λ	30	ל 'lamed	30	ל 'd	lam
מ 'mém	μ-M/μ	40	מ 'mém	40	מ 'r	mm
נ 'nun	ν-N/ν	50	נ 'nun	50	נ 'j	nm
ס 'samekh	ξ-Ξ/ξ	60	ס 'samekh	60	ס 's	sad/sin
ע 'ayin	O/o	70	ע 'ayin	70	ע 's	hamza
פ 'pé	P-II/π	80	פ 'pé	80	פ 'p	fa'
צ 'tsade	ϣ	-	צ 'tsade	90	צ 'ts	had/sad
ק 'qof	Ϙ ϙ ζ	90	ק 'qof	100	ק 'q	qaf
ר 'resh	P-P/ρ	100	ר 'resh	200	ר 'r	ra'
ש 'sin	ξ-Σ/σς	200	ש 'sin	300	ש 's	sin/sin
ת 'tau	T/τ	300	ת 'tau	400	ת 't	ta'
	Ϡ-Y/Ϡ	400		500	Ϡ 't	éa'
	Φ/φ	500		600	Ϡ 't	ja'
	Χ/χ	600		700	χ 's	hal
	Ψ/ψ	700		800	ψ 's	Qa'/had
	Ω/ω	800		900	Ω 'b	gayn/Qa'
	T-↑-↗	900				

Fig. 1. Tabla de alfabetos y sus correspondencias numéricas.*

La fuente utilizada es Alfabecum Unicode, creación de Juan-José Marcos. Cf. nota II por lo que se refiere a los nombres de las letras del alfabeto fenicio.

The image displays a manuscript page with a large grid of tables. The tables are organized into several columns and rows, containing Greek letters (alpha, beta, gamma, delta, epsilon, zeta, eta, theta, iota, kappa, lambda, mu, nu, xi, omicron, pi, rho, sigma, tau, upsilon, phi, chi, psi, omega) and numbers. The text is written in a medieval script. Below the grid, a silhouette of a man is shown kneeling and using a long staff to point at the tables. The background is dark and textured.

Fig. 2. Comentario de Teón de Alejandría a las Tablas Manuales de Ptolomeo.
Ms. *H₅₇Sup* f. 106r. Biblioteca Ambrosiana, Milán (s. XIV).

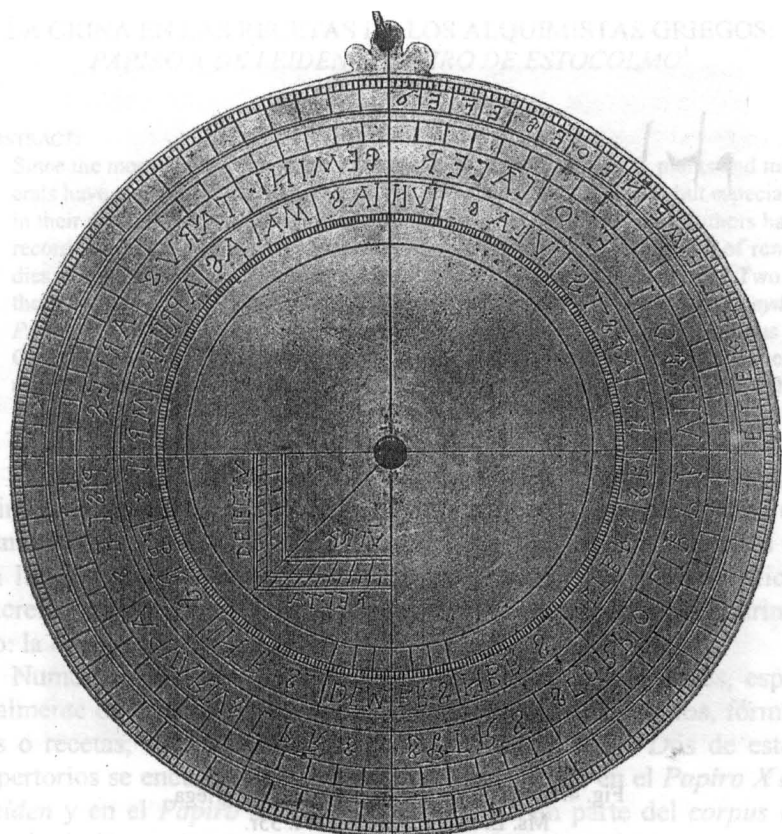


Fig. 3. Astrolabio carolingio. Institut du Monde Arabe, Paris

¹ La edición griega original para esta edición se hizo en 1835 por Lez. Heiberg, *Les Arithmétiques Grecs et le Papyrus de Lagune*, Librairie de Stockholm, Suède, Paris, les Belles Lettres, 1902. Al final del artículo se recomendará. Aunque todas las lecturas griegas están a lo largo del mismo, así como sus traducciones y algunas notas explicativas.

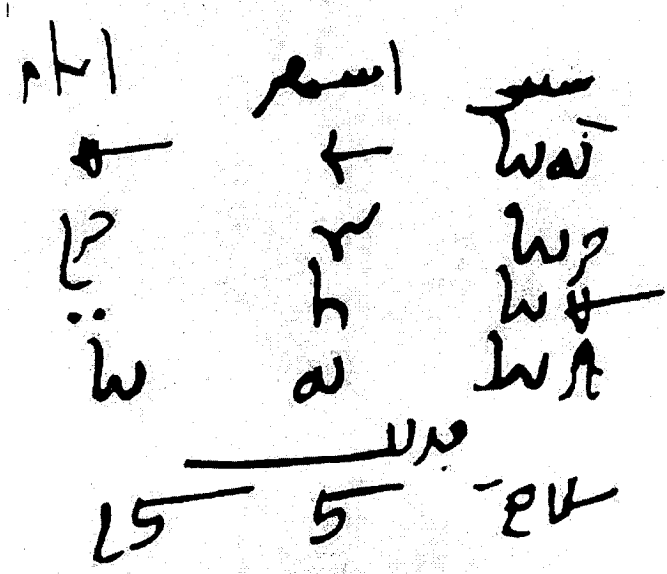


Fig. 4. Suma con notación alfanumérica griega.
Ms. El Escorial R. II. 18. f. 55r.